

# Digitalna Logika

## *Tema 6a - Dopuna*

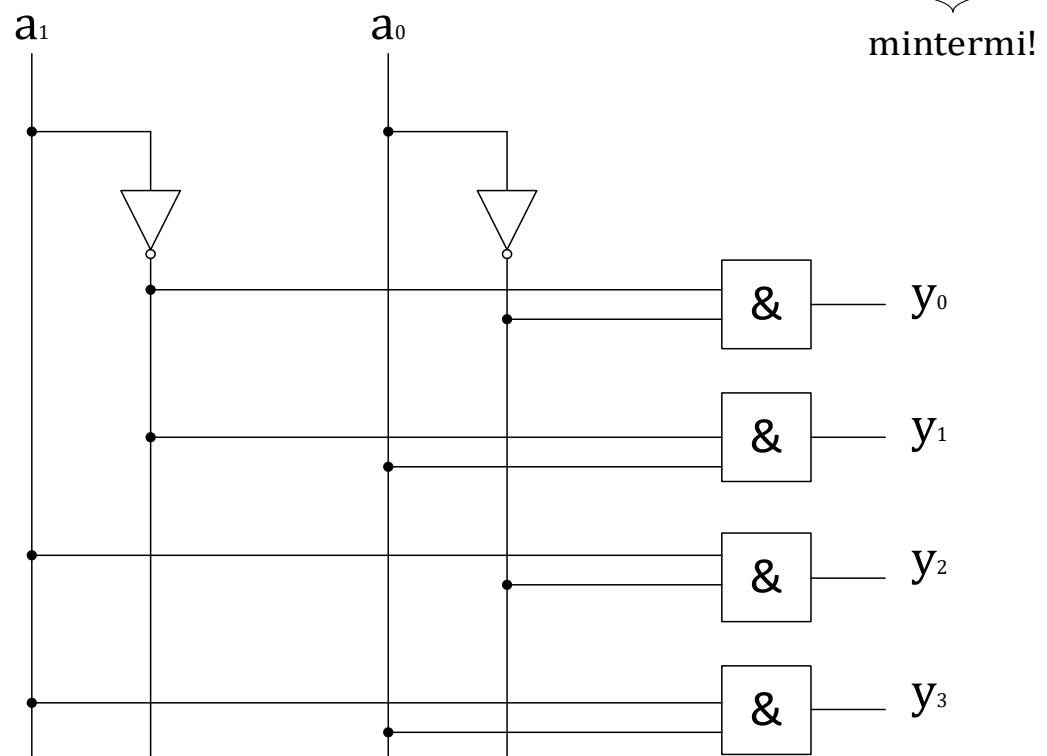
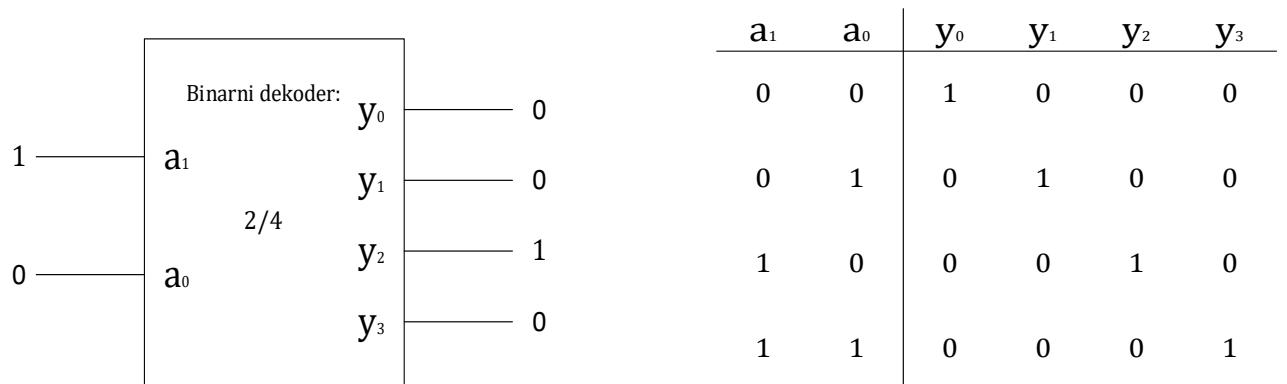
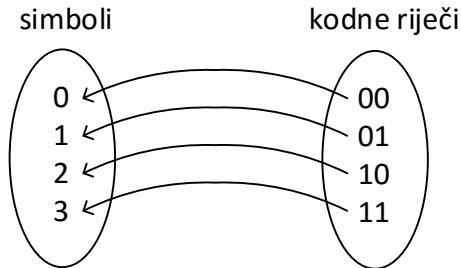
Prema izvorniku dostupnom na <http://ferko.fer.hr/diglog/Cupic/podsjetnici> (autor: Marko Čupić) digitalnu inačicu pripremio Tibor Milić.

## Kombinacijski moduli

### 1) Dekoder

- sklop koji na ulazu dobiva kodnu riječ, ima izlaza koliko ima simbola i uvijek je aktivan samo jedan izlaz: onaj koji predstavlja simbol kodiran narinutom kodnom riječi.

- npr. binarni dekoder 2/4. Ulazne kodne riječi su {00,01,10,11} :



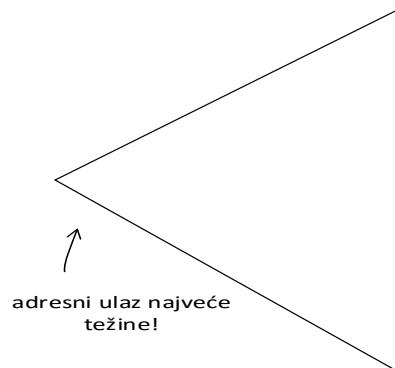
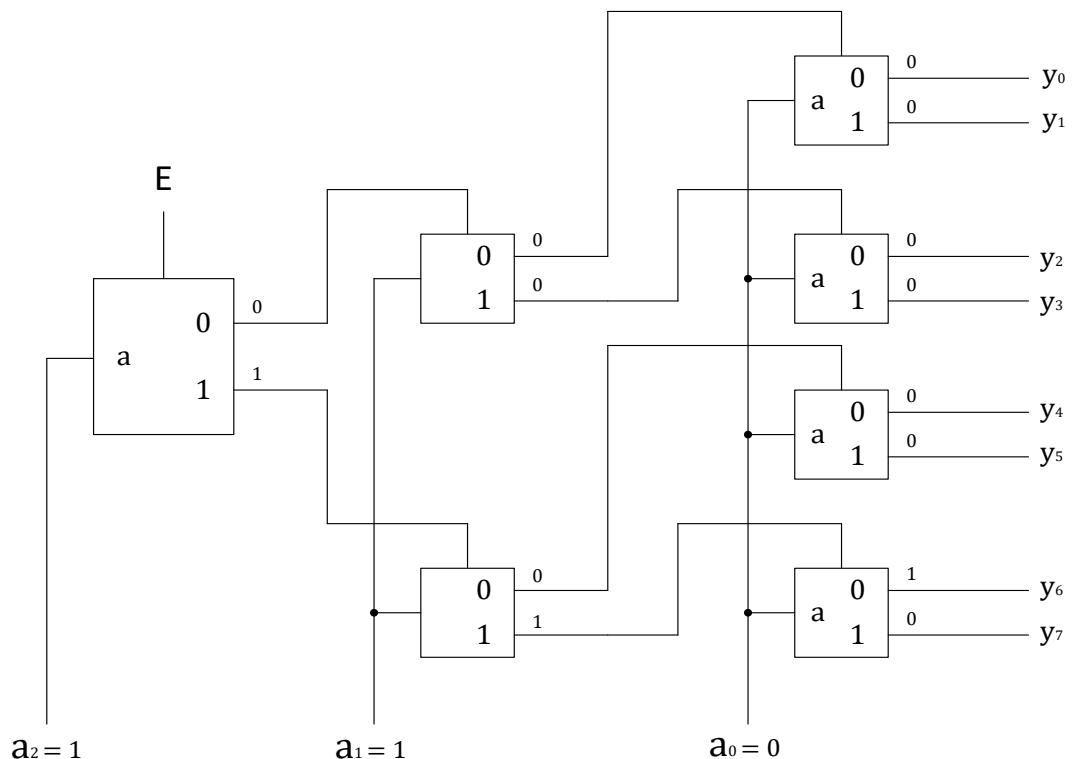
- dodavanje ulaza za omogućivanje E: još jedan ulaz na sve produkte:

$$E = 0 \Rightarrow y_i = 0, \forall i$$

$$E = 1 \Rightarrow Uobičajen rad$$

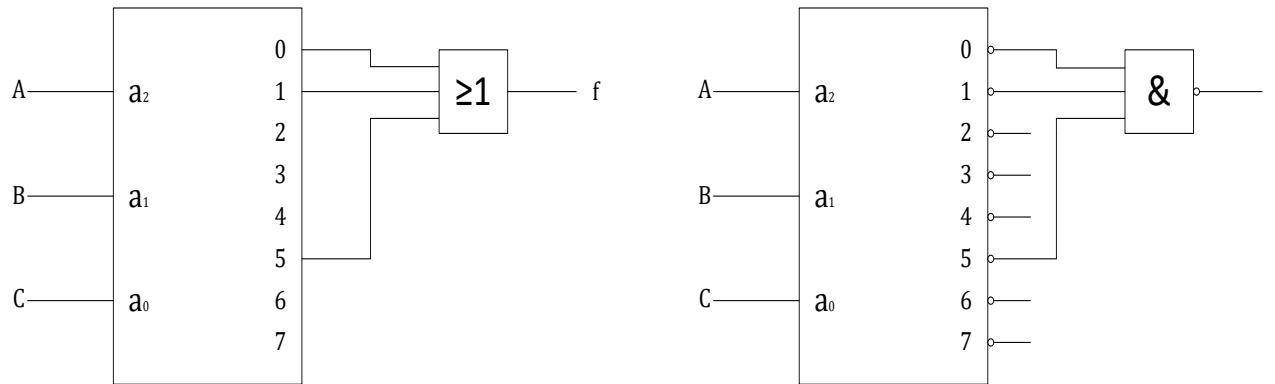
BCD – dekoder ?

### Dekodersko stablo



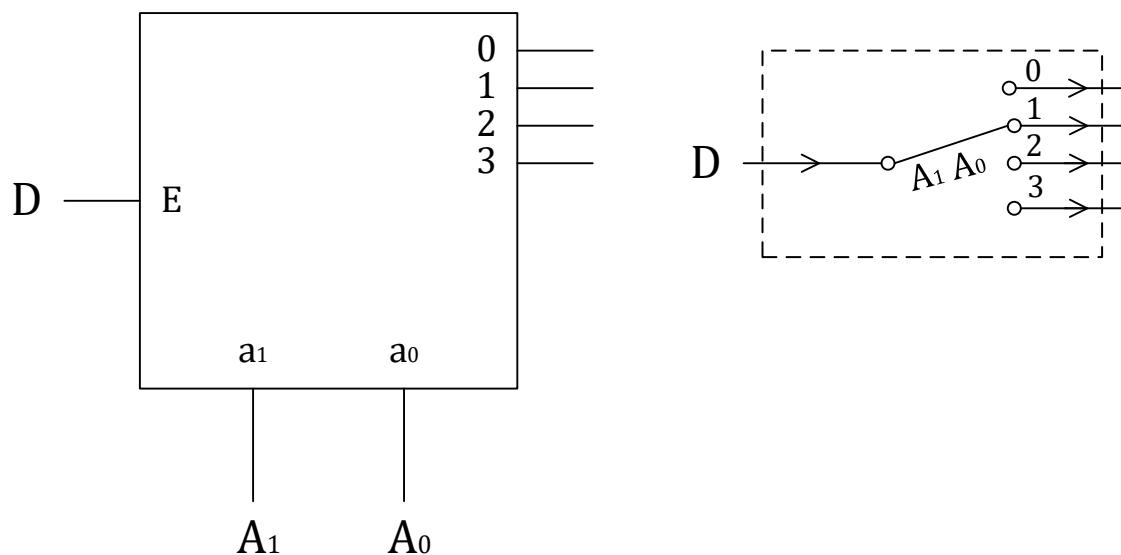
Želim dekoderom ostvariti funkciju  $f(A, B, C) = \sum m(0, 1, 5)$ .

Trebam dekoder 3/8



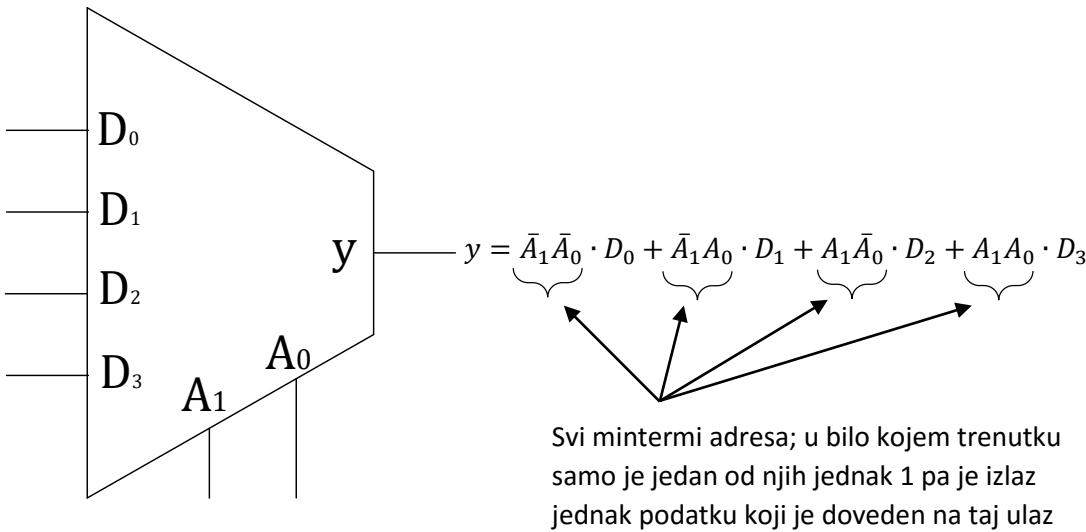
### Demultiplexor

- na adresirani izlaz propušta podatak s ulaza
- mogu iskoristiti dekoder s ulazom za omogućivanje

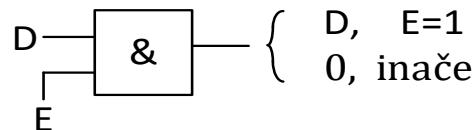


### 2) Multipleksor

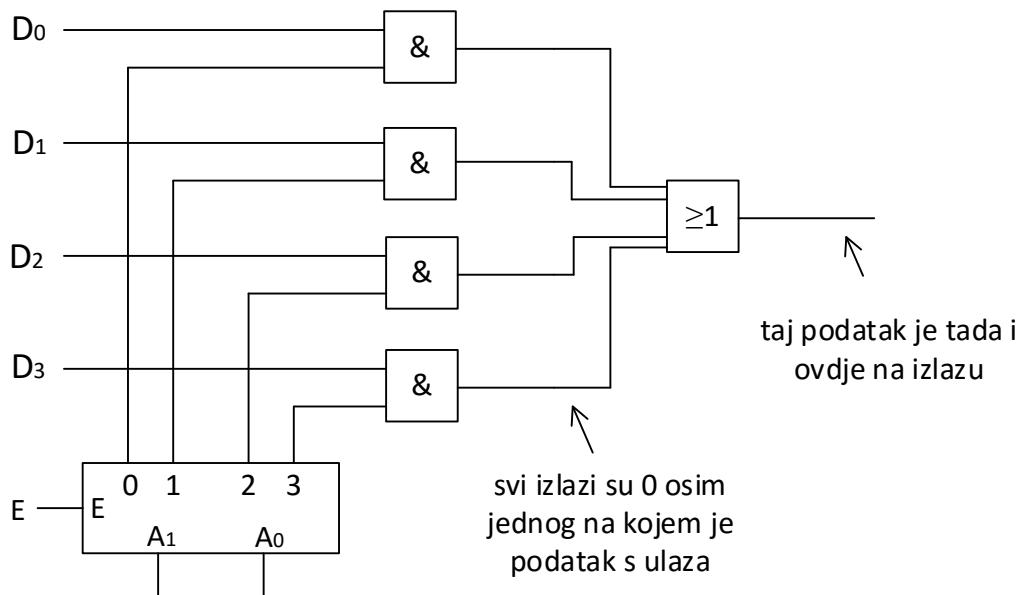
- ima više podatkovnih ulaza; dovoljno adresnih bitova da može adresirati svaki od podatkovnih ulaza te jedan izlaz.
- Podatak s adresiranog podatkovnog ulaza propušta na izlaz



- sjećate se sklopa koji ovisno o upravljačkom ulazu propušta podatak na izlaz ?

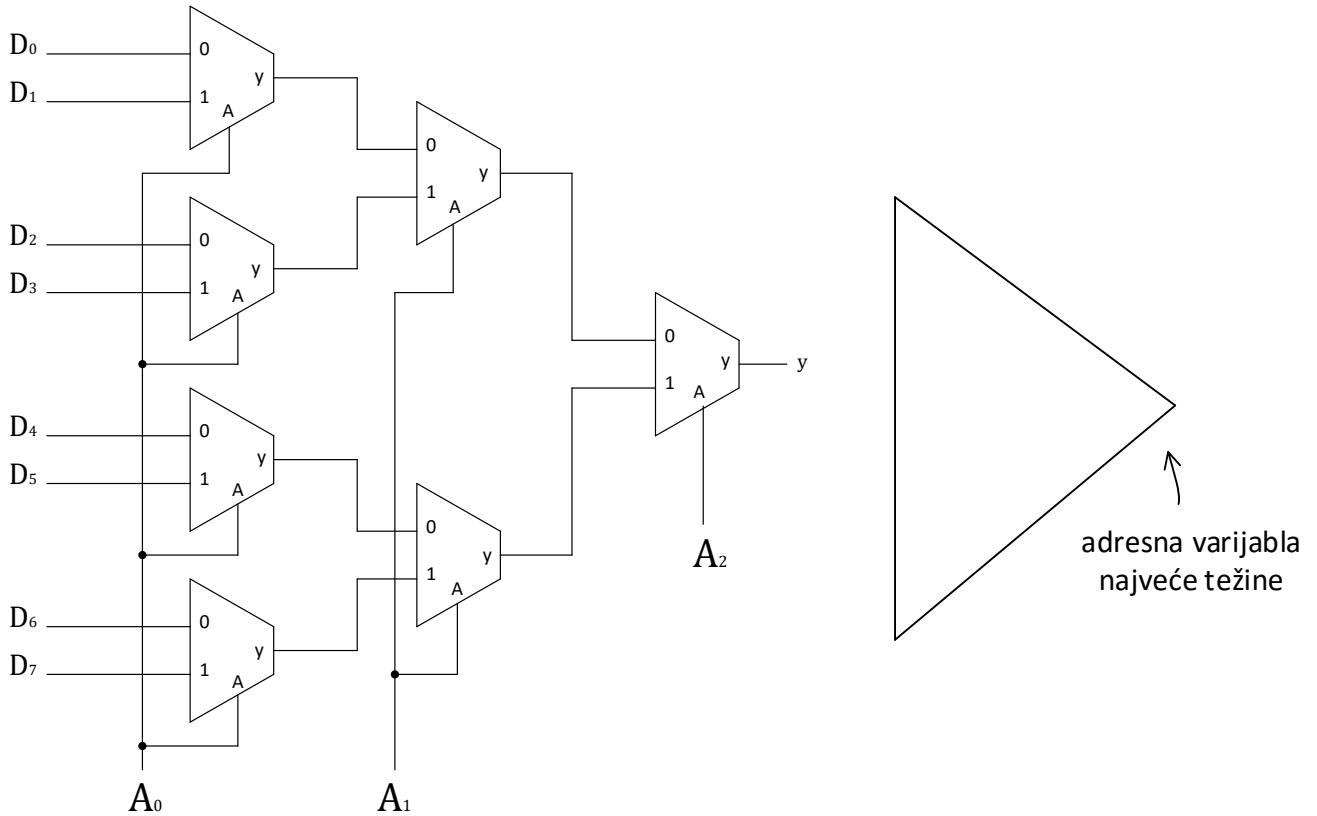


- dekoder će generirati upravljačke ulaze, sve čemo pobrati s ILI



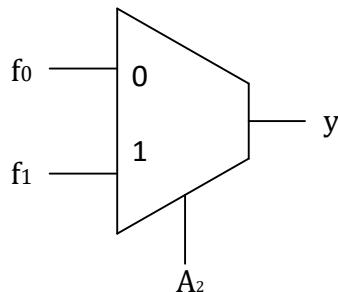
Sklopove I iz dekodera mogu spojiti s prikazanim sklopovima I čime dobijemo jednostavniji sklop  
⇒ vidi slide 28

Multipleksorsko stablo:



Otkud ovakva struktura?

$$\begin{aligned}
 y = & \bar{A}_2 \bar{A}_1 \bar{A}_0 \cdot D_0 + \bar{A}_2 \bar{A}_1 A_0 \cdot D_1 + \bar{A}_2 A_1 \bar{A}_0 \cdot D_2 + \bar{A}_2 A_1 A_0 \cdot D_3 + A_2 \bar{A}_1 \bar{A}_0 \cdot D_4 + \\
 & A_2 \bar{A}_1 A_0 \cdot D_5 + A_2 A_1 \bar{A}_0 \cdot D_6 + A_2 A_1 A_0 \cdot D_7 = \\
 & \bar{A}_2 (\bar{A}_1 \bar{A}_0 \cdot D_0 + \bar{A}_1 A_0 \cdot D_1 + A_1 \bar{A}_0 \cdot D_2 + A_1 A_0 \cdot D_3) + \\
 & A_2 (\bar{A}_1 \bar{A}_0 \cdot D_4 + \bar{A}_1 A_0 \cdot D_5 + A_1 \bar{A}_0 \cdot D_6 + A_1 A_0 \cdot D_7) = \\
 & \bar{A}_2 \cdot f_0 + A_2 \cdot f_1 \Rightarrow \text{multipleksor koji multipleksira po } A_2
 \end{aligned}$$

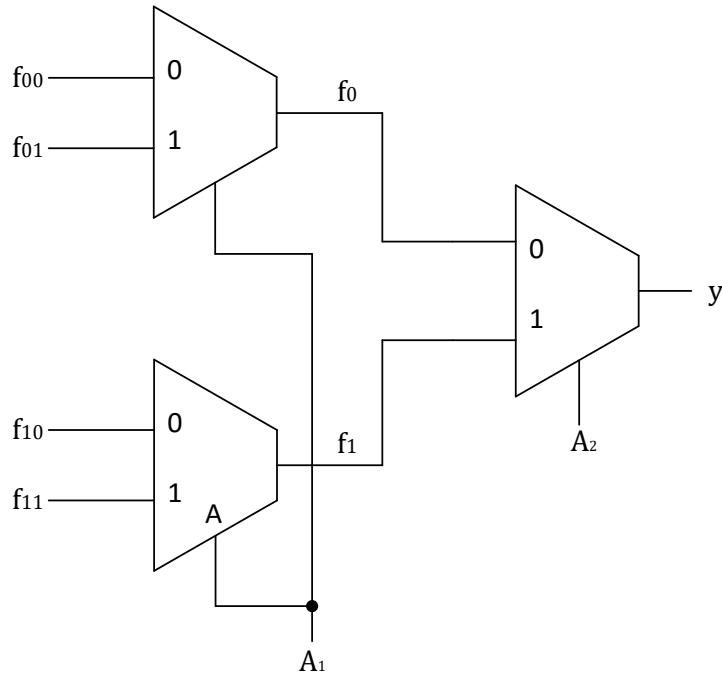


Ali pogledajmo  $f_0$  i  $f_1$ :

$$\begin{aligned}
 f_0 &= \bar{A}_1 (\bar{A}_0 \cdot D_0 + A_0 \cdot D_1) + A_1 (\bar{A}_0 \cdot D_2 + A_0 \cdot D_3) = \bar{A}_1 \cdot f_{00} + A_1 \cdot f_{01} \\
 f_1 &= \bar{A}_1 (\bar{A}_0 \cdot D_4 + A_0 \cdot D_5) + A_1 (\bar{A}_0 \cdot D_6 + A_0 \cdot D_7) = \bar{A}_1 \cdot f_{10} + A_1 \cdot f_{11}
 \end{aligned}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{muxevi po } A_1}$

muxevi po  $A_1$



- Pogledajte sada što su redom  $f_{00}, f_{01}, f_{10}$  i  $f_{11}$ ? Svaki je novi mux po  $A_0 \Rightarrow$  ucrtajte i dobit ćete početno stablo!

### Shannonov teorem dekompozicije

Neka imamo Booleovu funkciju od  $n$  varijabli  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Takva se Booleova funkcija uvijek može dekomponirati po proizvoljnoj varijabli  $x_i$  na sljedeći način:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \bar{x}_i \cdot f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) + x_i \cdot f(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

funkcija koju dobijemo kada uvrstimo da je  $x_i = 0$                                   funkacija koju dobijemo kada uvrstimo da je  $x_i = 1$

$\Rightarrow$  uočite, to je multipleksor po  $x_i$

$\Rightarrow$  prethodne funkcije koje ostanu kada se uvrštavanjem konkretne vrijednosti za  $x_i$  ta varijabla eliminira označit ćemo  $f_{x_i=0}$  i  $f_{x_i=1}$  i zvati rezidualne funkcije (tj. funkcije ostatka).

$\Rightarrow$  uočite da time možemo pisati:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \bar{x}_i \cdot f_{x_i=0} + x_i \cdot f_{x_i=1}$$

gdje su  $f_{x_i=0}$  i  $f_{x_i=1}$  funkcije od  $n - 1$  varijable. U njima više nema varijable  $x_i$ .

$\Rightarrow$  svaku od njih dalje možemo dekomponirati po nekoj drugoj (ali idemo obje po istoj) varijabli, npr.  $x_j$ . Imamo:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \bar{x}_i \cdot (\bar{x}_j \cdot f_{x_i=0, x_j=0} + x_j \cdot f_{x_i=0, x_j=1}) + x_i \cdot (\bar{x}_j \cdot f_{x_i=1, x_j=0} + x_j \cdot f_{x_i=1, x_j=1})$$

multipleksorsko stablo

$\Rightarrow$  funkcije  $f_{x_i=0, x_j=0}, f_{x_i=0, x_j=1}, f_{x_i=1, x_j=0}, f_{x_i=1, x_j=1}$  su rezidualne funkcije od  $n - 2$  varijable; multipleksor multipleksira po dvije varijable  $(x_i, x_j)$  pa je suma opet n.

### Primjeri

$$f(A, B, C) = A \oplus B + \bar{A}C$$

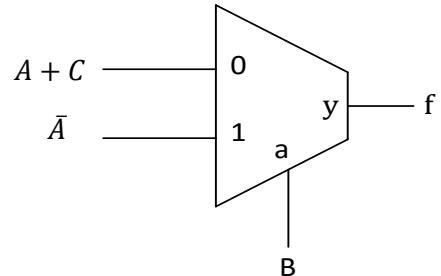
- 1) Ostvariti muxom koji multipleksira po B

$\Rightarrow$  radim dekompoziciju po B

$$\begin{aligned} f &= \bar{B} \cdot (A \oplus B + \bar{A}C)^{B=0} + B \cdot (A \oplus B + \bar{A}C)^{B=1} \\ &= \bar{B} \cdot (A \oplus 0 + \bar{A}C) + B \cdot (A \oplus 1 + \bar{A}C) \\ &= \bar{B} \cdot (A + \bar{A}C) + B \cdot (\bar{A} + \bar{A}C) \\ &= \bar{B} \cdot (A + C) + B \cdot \bar{A} \end{aligned}$$

$$f_{B=0} = A + C$$

$$f_{B=1} = \bar{A}$$



- 2) ostvariti stablom koje najprije multipleksira po B, a onda po A.

$\Rightarrow$  tražim dakle zapis oblika:

$$f = \bar{B} \cdot (\bar{A} \cdot f_{B=0, A=0} + A \cdot f_{B=0, A=1}) + B \cdot (\bar{A} \cdot f_{B=1, A=0} + A \cdot f_{B=1, A=1})$$

$$f_{B=0, A=0} = 0 \oplus 0 + \bar{0}C = C$$

$$f_{B=0, A=1} = 1 \oplus 0 + \bar{1}C = 1$$

$$f_{B=1, A=0} = 0 \oplus 1 + \bar{0}C = 1$$

$$f_{B=1, A=1} = 1 \oplus 1 + \bar{1}C = 0$$

